



Автономная некоммерческая организация
дополнительного профессионального образования
(АНО ДПО «Инфосфера»)

Центр профессиональной подготовки
ИНСТИТУТ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

**Рабочая программа дисциплины
«Комбинаторная математика и алгоритмы»**

Разработал:
преподаватель ИПС
АНО ДПО «Инфосфера»
А.И. Козлов

Йошкар-Ола, 2017

Пояснительная записка

Данный курс продолжает изложение математики, начатое в курсе Дискретная математика. Темы данного курса включают в себя основы комбинаторики, рекуррентные соотношения и дискретную вероятность, графы и деревья.

Цель данного курса – создать надежный теоретический фундамент для последующих курсов.

Основная задача курса – формирование прочной теоретической основы, необходимой для дальнейшей учебы и работы.

Планируемые результаты обучения

Осуществляется предварительная самостоятельная или под руководством разработка алгоритмов с использованием графических средств (блок-схемы, UML-диаграммы и др.). Не требуется взаимодействие с другими программистами, системным аналитиком и архитектором программного обеспечения. Осуществляется решение типовых задач. Полученные результаты представляются руководителю разработки программного обеспечения.

Осуществляется самостоятельное или под руководством оформление программного кода в соответствии с внутренними нормативными документами организации (регламентами, приказами, порядками) и, при необходимости, ГОСТами. Не требуется взаимодействие с другими программистами, системным аналитиком и архитектором программного обеспечения. Осуществляется решение типовых задач. Полученные результаты представляются руководителю разработки программного обеспечения.

Разработка процедур проверки работоспособности, и измерения характеристик программного обеспечения выполняется с использованием языков программирования и выбранных программных сред. Осуществляется решение различных типов практических задач с элементами проектирования, выбор способов решения поставленных задач. Не требуется взаимодействие с другими программистами, системным аналитиком и архитектором программного обеспечения. Полученные результаты представляются руководителю разработки программного обеспечения.

Рефакторинг и оптимизация программного кода осуществляется на основании функциональных требований и технических спецификаций на программное обеспечение, в том числе с использованием специализированных программных средств. Программист несет ответственность

за решение поставленных задач или результат деятельности группы работников. Полученные результаты представляются руководителю разработки программного обеспечения.

Учебно-тематический план

№	Наименование разделов	Всего часов	В том числе		Форма контроля
			Лекции	Практ. знания	
1	Основные комбинаторные объекты и их генерация	12	6	6	Контрольная работа
1.1	Перестановки				
1.2	Порождение подмножеств множества				
1.3	Порождение сочетаний				
1.4	Порождение композиций				
1.5	Размещения				
1.6	Порождение разбиения числа				
1.7	Комбинаторные подсчеты				
2	Структура графов	16	8	8	Контрольная работа
2.1	Компонента сильной связности				
2.2	Точка сочления				
2.3	Мост				
2.4	Связность ориентированных графов				
2.5	Топологическая сортировка				
2.6	Поиск компонент сильной связности				
2.7	Построение эйлерового пути в графе				
2.8	Поиск гамильтонова цикла в графе				
2.9	Задача о плоской укладке графа				
2.10	Задача о плоской укладке графа				
2.11	Точные алгоритмы раскраски графов				
3	Деревья	12	6	6	Контрольная работа
3.1	Минимальное остовное дерево				
3.2	Задача Штейнера				
3.3	Количество остовных деревьев в полном графе				
3.4	Количество способов сделать граф связным				
4	Сети и потоки	12	6	6	Контрольная работа
4.1	Задача максимального потока.				
4.2	Алгоритм Форда–Фалкерсона нахождения максимально потока				
4.3	Алгоритм Диницы нахождения максимально потока.				
4.4	Сети Петри				
5	Задача о назначениях	12	6	6	

5.1	Суммы и рекуррентности				Контрольная работа
5.2	Преобразования сумм				
5.3	Кратные суммы				
5.4	Общие методы суммирования				
6	Целочисленные функции	4	2	2	Контрольная работа
6.1	Определение и свойства пола и потолка				
6.2	Применение пола и потолка				
6.3	Пол и потолок в рекуррентностях				
7	Элементы теории чисел	12	6	6	Контрольная работа
7.1	Операция mod				
7.2	Простые числа				
7.3	НОД. Алгоритм Евклида				
7.4	Взаимная простота				
7.5	Отношение сравнимости				
7.6	Малая теорема Ферма				
7.7	Функция Эйлера а) мультипликативность функции Эйлера; б) теорема Эйлера				
7.8	Китайская теорема об остатках				
7.9	Целочисленные решения линейных уравнений				
7.10	Криптосистема RSA				
8	Матрицы над конечными полями	4	2	2	Контрольная работа
8.1	Виды матриц				
8.2	Операции с матрицами				
8.3	Решение СЛАУ и определитель матрицы в конечных полях				
9	Алгебраические структуры	4	2	2	Контрольная работа
9.1	Группы				
9.2	Конечные группы				
9.3	Кольца				
9.4	Поля				
10	Асимптотика	8	4	4	Контрольная работа
10.1	Операции с O				
10.2	Временные оценки сложности арифметических операций.				
	Итого	64	32	32	Экзамен

Содержание курса

Тема 1. Основные комбинаторные объекты и их генерация

Перестановки: количество перестановок; эффективное порождение перестановок; генерация случайных перестановок, порождение подмножеств множества. Порождение сочетаний. Порождение композиций. Размещения: генерация размещений; генерация размещений с повторениями. Порождение разбиения числа. Тождества с биномиальными коэффициентами. Числа Стирлинга 1 и 2 рода. Числа Эйлера. Гармонические числа. Числа Фибоначчи. Числа Каталана. Задача о рюкзаке. Задача коммивояжера.

Тема 2. Структура графов

Представление графов. Компонента сильной связности. Точка сочленения. Мост. Связность ориентированных графов: сильносвязный орграф; односторонний орграф; слабосвязный орграф. Топологическая сортировка. Алгоритм Роберта Тарьяна поиск компонент сильной связности. Построение конденсации графа. Построение эйлерового пути в графе. Минимальное число рёберно-непересекающихся путей. Алгоритм Флэри нахождения эйлерова цикла. Поиск гамильтонова цикла в графе. Задача о плоской укладке графа. Гамма-алгоритм. Двойственный граф. Хроматическое число и хроматический многочлен. Проблема четырех красок. Эвристический алгоритм Ершова. Точные алгоритмы раскраски графов.

Тема 3. Деревья

Минимальное остовное дерево. алгоритм Краскала; алгоритм Прима; алгоритм Борувки. Задача Штейнера. Алгоритм Мелзака построения дерева Штейнера. Алгоритм Кокейна построения дерева Штейнера. Код Прюфера. Количество остовных деревьев в полном графе. Количество способов сделать граф связным. Матрица Кирхгофа.

Тема 4. Сети и потоки

Задача максимального потока. Невозможность нахождения максимального потока полным перебором. Максимальный поток и минимальный разрез. Алгоритм Форда–Фалкерсона нахождения максимального потока. Алгоритм Диницы нахождения максимального потока. Сети Петри. задача о взаимном исключении; задача о производителе–потребителе; задача об обедающих мудрецах; задача о чтении–записи; p - и V -операции над семафорами.

Тема 5. Задача о назначениях

Задача о наибольшем паросочетании. Алгоритм Хопкрофта–Карпа построения максимального паросочетания. Алгоритм Куна нахождения полного паросочетания. Матрица Татта. Рандомизированный алгоритм Ласло Ловаса проверки существования полного паросочетания. Теорема Рабина–Вазирани нахождения максимального паросочетания. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.

Методические рекомендации.

Курс знакомит с основами комбинаторики, рекуррентных соотношений, основными алгоритмами на графах. Теоретический материал подробно изучается на лекциях. Дополнительное изучение материала осуществляется за счет самостоятельного изучения материалов, предоставляемых преподавателем. Источниками материала для изучения являются методические пособия, техническая литература, профессиональные ресурсы Интернет.

Закрепление теоретического материала осуществляется при проведении практических занятий, выполнения проблемно-ориентированных, поисковых, творческих заданий.

В процессе обучения возможно использование следующих тактических технологий: лекция классическая, лекция проблемная, лекция-визуализация, лекция-диалог, аудиторно-практическое занятие классическое, практикум-лабораторная работа, самообучение.

Пособия по изучению курса

1. Андерсон, Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж.А. Андерсон.—М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.—960 с.
2. Капитонова, Ю.В. Лекции по дискретной математике / Ю.В. Капитонова, С.Л. Кривой и др.—СПб.: БХВ-Петербург, 2004.—624 с.
3. Кнут, Д. Конкретная математика. Основание информатики / Д. Кнут, Р. Грэхем, О. Паташник.—М.: Мир; Бином. Лаборатория знаний, 2006.—703 с.
4. Кнут, Д. Искусство программирования, том 1. Основные алгоритмы / Дональд Кнут.—3-е изд.—М.: «Вильямс», 2006.—720 с.
5. Макоха, А.Н. Дискретная математика: Учебное пособие для вузов/ А.Н. Макоха, П.А. Сахнюк, Н.И. Червяков.—М.: Физматлит, 2005.—368 с.

Контрольные задания.

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Перестановки, сочетания и размещения без повторений и их порождение.
2. Перестановки, сочетания и размещения с повторениями и их порождение.
3. Связность ориентированных графов. Алгоритм Роберта Тарьяна поиска компонент сильной связности.
4. Построение эйлерового пути в графе. Алгоритм Флёри нахождения эйлерова цикла.
5. Поиск гамильтонова цикла в графе.
6. Задача о плоской укладке графа. Гамма-алгоритм.
7. Раскраска графа. Эвристический алгоритм Ершова.
8. Минимальное остовное дерево, алгоритмы Краскала, Прима, Борувки.
9. Задача Штейнера. Алгоритмы Мелзака и Кокейна.
10. Код Прюфера. Количество остовных деревьев в полном графе. Количество способов сделать граф связным. Матрица Кирхгофа.
11. Задача максимального потока. Алгоритмы Форда–Фалкерсона и Диницы нахождения максимально потока.
12. Сети Петри.
13. Задача о наибольшем паросочетании. Алгоритм Хопкрофта–Карпа построения максимального паросочетания. Алгоритм Куна нахождения полного паросочетания.
14. Рандомизированный алгоритм Ласло Ловаса проверки существования полного паросочетания. Теорема Рабина–Вазирани нахождения максимального паросочетания.
15. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.