



Автономная некоммерческая организация
дополнительного профессионального образования
(АНО ДПО «Инфосфера»)
Центр профессиональной подготовки
ИНСТИТУТ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

**Рабочая программа дисциплины
«Комбинаторная математика и алгоритмы»**

Разработал:
преподаватель ИПС
АНО ДПО «Инфосфера»
А.И. Козлов

Йошкар-Ола, 2020

Пояснительная записка

Цель курса «Комбинаторная математика и алгоритмы» является изучение классических алгоритмов решения оптимизационных задач на графах и сетях с применением различных приемов программирования; построение новых и модификации, и комбинации известных алгоритмов для решения конкретных задач; оценке эффективности указанных алгоритмов.

Основная задача курса – дать навыки постановки и решения задач оптимизации на графах; научить выбору адекватных алгоритмов для решения вышеуказанных задач; отработать умения по программной реализации алгоритмов на персональном компьютере.

Планируемые результаты обучения

По окончании курса слушатели смогут

различать виды комбинаторных задач по способам их решения в ходе рассмотрения несложных задач; отличать классы задач P и NP; понимать сводимость NP-полных задач друг к другу; генерировать различные комбинаторные конструкции; уметь представлять структуру «граф»; находить компоненты графа; находить в графе точки сочленения и мосты; находить в ориентированном графе компоненты сильной связности; конденсировать граф; находить эйлеровы и гамильтоновы пути; укладывать правильно плоский граф; правильно раскрашивать граф; проводить триангуляцию плоского графа; находить дерево Штейнера; восстанавливать деревья по коду Прюфера; находить количество способов сделать граф связным; находить максимальный поток; строить Петри в задачах о взаимном исключении, о производителе–потребителе, об обедающих мудрецах, о чтении–записи, р– и V–операции над семафорами; решать задачу о наибольшем паросочетании; решать задачу о полном паросочетании; решать задачу об оптимальном паросочетании.

Учебно-тематический план

№	Наименование разделов	Всего часов	В том числе		Форма контроля
			Лекции	Практ. знания	
1	Основные комбинаторные объекты и их генерация	12	6	6	Лабораторная работа
1.1	Перестановки				
1.2	Порождение подмножеств множества				
1.3	Порождение сочетаний				
1.4	Порождение композиций				
1.5	Размещения				

1.6	Порождение разбиения числа				
1.7	Комбинаторные подсчеты				
2	Структура графов				
2.1	Компонента сильной связности				
2.2	Точка сочления				
2.3	Мост				
2.4	Связность ориентированных графов				
2.5	Топологическая сортировка				
2.6	Поиск компонент сильной связности				
2.7	Построение эйлерового пути в графе				
2.8	Поиск гамильтонова цикла в графе				
2.9	Задача о плоской укладке графа				
2.10	Задача о плоской укладке графа				
2.11	Точные алгоритмы раскраски графов				
3	Деревья				
3.1	Минимальное остовное дерево				
3.2	Задача Штейнера				
3.3	Количество остовных деревьев в полном графе				
3.4	Количество способов сделать граф связным				
4	Сети и потоки				
4.1	Задача максимального потока.				
4.2	Алгоритм Форда–Фалкерсона нахождения максимально потока				
4.3	Алгоритм Диницы нахождения максимально потока.				
4.4	Сети Петри				
5	Двудольные графы	12	6	6	
6	Обзор библиотеки BGL	8	4	4	
	Итого	72	36	36	Экзамен

Содержание курса

Тема 1. Основные комбинаторные объекты и их генерация

Перестановки: количество перестановок; эффективное порождение перестановок; генерация случайных перестановок, порождение подмножеств множества. Порождение сочетаний. Порождение композиций. Размещения: генерация размещений; генерация размещений с повторениями. Порождение разбиения числа. Тожества с биномиальными коэффициентами. Числа Стирлинга 1 и 2 рода. Числа Эйлера. Гармонические числа. Числа Фибоначчи. Числа Каталана. Задача о рюкзаке. Задача коммивояжера.

Тема 2. Структура графов

Представление графов. Компонента сильной связности. Точка сочления. Мост. Связность ориентированных графов: сильносвязный орграф; односторонний орграф; слабосвязный орграф. Топологическая сортировка. Алгоритм Роберта Тарьяна поиск компонент сильной связности. Построение конденсации графа. Построение эйлерового пути в графе. Минимальное число рёберно-непересекающихся путей. Алгоритм Флэри нахождения эйлерова цикла. Поиск гамильтонова цикла в графе. Задача о плоской укладке графа. Гамма-

алгоритм. Двойственный граф. Хроматическое число и хроматический многочлен. Проблема четырех красок. Эвристический алгоритм Ершова. Точные алгоритмы раскраски графов.

Тема 3. Деревья

Минимальное остовное дерево. алгоритм Краскала; алгоритм Прима; алгоритм Борувки. Задача Штейнера. Алгоритм Мелзака построения дерева Штейнера. Алгоритм Кокейна построения дерева Штейнера. Код Прюфера. Количество остовных деревьев в полном графе. Количество способов сделать граф связным. Матрица Кирхгофа.

Тема 4. Сети и потоки

Задача максимального потока. Невозможность нахождения максимального потока полным перебором. Максимальный поток и минимальный разрез. Алгоритм Форда–Фалкерсона нахождения максимального потока. Алгоритм Диницы нахождения максимального потока. Сети Петри. задача о взаимном исключении; задача о производителе–потребителе; задача об обедающих мудрецах; задача о чтении–записи; p - и V -операции над семафорами.

Тема 5. Задача о назначениях

Задача о наибольшем паросочетании. Алгоритм Хопкрофта–Карпа построения максимального паросочетания. Алгоритм Куна нахождения полного паросочетания. Матрица Татта. Рандомизированный алгоритм Ласло Ловаса проверки существования полного паросочетания. Теорема Рабина–Вазирани нахождения максимального паросочетания. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.

Тема 6. Обзор библиотеки BGL

Методические рекомендации.

Курс знакомит с основами комбинаторики, рекуррентных соотношений, основными алгоритмами на графах. Теоретический материал подробно изучается на лекциях. Дополнительное изучение материала осуществляется за счет самостоятельного изучения материалов, предоставляемых преподавателем. Источниками материала для изучения являются методические пособия, техническая литература, профессиональные ресурсы Интернет.

Закрепление теоретического материала осуществляется при проведении практических занятий, выполнения проблемно-ориентированных, поисковых, творческих заданий.

В процессе обучения возможно использование следующих тактических технологий: лекция классическая, лекция проблемная, лекция-визуализация, лекция-диалог, аудиторно-практическое занятие классическое, практикум-лабораторная работа, самообучение.

Пособия по изучению курса

1. Андерсон, Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж.А. Андерсон.—М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.—960 с.
2. Капитонова, Ю.В. Лекции по дискретной математике / Ю.В. Капитонова, С.Л. Кривой и др.—СПб.: БХВ-Петербург, 2004.—624 с.
3. Кнут, Д. Конкретная математика. Основание информатики / Д. Кнут, Р. Грэхем, О. Паташник.—М.: Мир; Бином. Лаборатория знаний, 2006.—703 с.

4. Кнут, Д. Искусство программирования, том 1. Основные алгоритмы / Дональд Кнут.—3-е изд.—М.: «Вильямс», 2006.—720 с.
5. Макоха, А.Н. Дискретная математика: Учебное пособие для вузов/ А.Н. Макоха, П.А. Сахнюк, Н.И. Червяков.—М.: Физматлит, 2005.—368 с.

Контрольные задания.

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Перестановки, сочетания и размещения без повторений и их порождение.
2. Перестановки, сочетания и размещения с повторениями и их порождение.
3. Связность ориентированных графов. Алгоритм Роберта Тарьяна поиска компонент сильной связности.
4. Построение эйлерового пути в графе. Алгоритм Флёрри нахождения эйлерова цикла.
5. Поиск гамильтонова цикла в графе.
6. Задача о плоской укладке графа. Гамма-алгоритм.
7. Раскраска графа. Эвристический алгоритм Ершова.
8. Минимальное остовное дерево, алгоритмы Краскала, Прима, Борувки.
9. Задача Штейнера. Алгоритмы Мелзака и Кокейна.
10. Код Прюфера. Количество остовных деревьев в полном графе. Количество способов сделать граф связным. Матрица Кирхгофа.
11. Задача максимального потока. Алгоритмы Форда–Фалкерсона и Диницы нахождения максимально потока.
12. Сети Петри.
13. Задача о наибольшем паросочетании. Алгоритм Хопкрофта–Карпа построения максимального паросочетания. Алгоритм Куна нахождения полного паросочетания.
14. Рандомизированный алгоритм Ласло Ловаса проверки существования полного паросочетания. Теорема Рабина–Вазирани нахождения максимального паросочетания.
15. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.