



Автономная некоммерческая организация  
дополнительного профессионального образования  
(АНО ДПО «Инфосфера»)

Центр профессиональной подготовки  
ИНСТИТУТ ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Дискретная математика»**

Разработал:  
преподаватель ИПС  
АНО ДПО «Инфосфера»  
А.И. Козлов

Йошкар-Ола, 2020

## Пояснительная записка

**Целью** курса «Дискретная математика» является создание надежного теоретического фундамента для последующих курсов. Здесь обсуждаются функции, отношения, множества, простейшие методы доказательства, булева алгебра, логика высказываний, цифровая логика, элементарная теория чисел и основы комбинаторики. Данный курс знакомит студентов с основами дискретной математики и ее применениями в информатике. Основная задача курса – формирование прочной теоретической основы, необходимой для дальнейшей работы.

## Планируемые результаты обучения

По окончании курса слушатели смогут работать с концепциями дискретных структур. Дискретные структуры включают важный материал из таких областей, как теория множеств, логика, теория графов и комбинаторика. Сведения из теории дискретных структур широко используются не только в структурах данных и алгоритмах, но и во всех остальных разделах программирования. Например, при проверке формальных спецификаций, верификации, а также в криптографии необходимо уметь создавать и понимать формальные доказательства. Теория множеств находит применение в программной инженерии и базах данных. Слушатели научатся различать алгоритмы по классу их сложности.

## Учебно-тематический план

№	Наименование разделов	Всего часов	В том числе		Форма контроля
			Лекции	Практ. знания	
1	<b>Булева алгебра</b>	8	4	4	Контрольная работа
1.1	Высказывание и логические связи				
1.2	Условные высказывания				
1.3	Эквивалентные высказывания				
1.4	Полнота в логике высказываний				
1.5	Минимизация булевых функций а) метод тождественных преобразований; б) аналитический метод минимизации; в) метод карт Карно.				
2	<b>Теория множеств</b>	8	4	4	Контрольная работа
2.1	Способы задания множеств				
2.2	Операции над множествами				
2.3	Диаграммы Эйлера–Венна				
2.4	Отношения				
2.5	Декартовы произведения, степенные множества				

<b>3</b>	<b>Логика</b>				
3.1	Исчисление предикатов				
3.2	Методы доказательств в теории целых чисел а) прямые доказательства; б) доказательства от противного; в) метод математической индукции.	4	2	2	Контрольная работа
<b>4</b>	<b>Рекурсия</b>				
4.1	Общие правила решений рекуррентных соотношений	8	4	4	Контрольная работа
4.2	Линейные однородные рекуррентные соотношения				
4.3	Числа Фибоначчи и золотое сечение				
<b>5</b>	<b>Суммы</b>				
5.1	Суммы и рекуррентности	4	2	2	Контрольная работа
5.2	Преобразования сумм				
5.3	Кратные суммы				
5.4	Общие методы суммирования				
<b>6</b>	<b>Целочисленные функции</b>				
6.1	Определение и свойства пола и потолка	4	2	2	Контрольная работа
6.2	Применение пола и потолка				
6.3	Пол и потолок в рекуррентностях				
<b>7</b>	<b>Элементы теории чисел</b>				
7.1	Операция mod	12	6	6	Контрольная работа
7.2	Простые числа				
7.3	НОД. Алгоритм Евклида				
7.4	Взаимная простота				
7.5	Отношение сравнимости				
7.6	Малая теорема Ферма				
7.7	Функция Эйлера а) мультипликативность функции Эйлера; б) теорема Эйлера				
7.8	Китайская теорема об остатках				
7.9	Целочисленные решения линейных уравнений				
7.10	Криптосистема RSA				
<b>8</b>	<b>Матрицы над конечными полями</b>				
8.1	Виды матриц	4	2	2	Контрольная работа
8.2	Операции с матрицами				
8.3	Решение СЛАУ и определитель матрицы в конечных полях				
<b>9</b>	<b>Алгебраические структуры</b>				
9.1	Группы	4	2	2	Контрольная работа
9.2	Конечные группы				
9.3	Кольца				
9.4	Поля				
<b>10</b>	<b>Асимптотика</b>	8	4	4	

10.1	Операции с О				Контрольная работа
10.2	Временные оценки сложности арифметических операций.				
11	Обзор методов дискретной математики	8	4	4	
	Итого	72	32	32	Экзамен

## Содержание курса

### Тема 1. Булева алгебра

Высказывание. Логические связки, конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквиваленция. Эквивалентные высказывания. Законы де Моргана. Импликация. Конверсия. Инверсия. Контрапозиция. Закон контрапозиции. Тавтология. Противоречие. Булевы алгебры. Законы дистрибутивности. Закон тождества. Закон дополнения. Законы идемпотентности. Свойства констант. Законы поглощения. Закон двойного отрицания. Достаточность конъюнкции, дизъюнкции и отрицания. Булева функция. Принцип двойственности для булевых формул. ДНФ. КНФ. СДНФ. СКНФ. Минимальная ДНФ. Метод тождественных преобразований. Аналитический метод минимизации. Метод карт Карно.

### Тема 2. Теория множеств

Понятие множества и парадоксы в определении. Способы задания множеств. Операции над множествами. Мощностью конечного множества. Формула подсчета мощности объединения двух, трёх множеств. Законы идемпотентности. Двойное дополнение. Законы де Моргана. Свойства коммутативности. Свойства ассоциативности. Свойства дистрибутивности. Свойства тождества. Свойства дополнения. Отношение. Бинарное отношение. Область определения и множество значений отношения. Обратное отношение. Композиция отношений. Орграф отношений. Свойства отношений. Замыкания отношения. Отношение частичного порядка. Диаграмма Хассе. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Факторизация и факторпространство. Диаграммы Эйлера-Венна.

### Тема 3. Логика

Предикаты. Квантор всеобщности. Квантор существования. Когда предикат становится высказыванием? Отрицание предикатов. Отрицание сложных высказываний. Доказательство неверности утверждения  $\forall n \in \mathbb{N} P(n)$ . Доказательство верности утверждения  $\forall n \in \mathbb{N} P(n)$ . Метод математической индукции.

### Тема 4. Рекурсия

Задача о ханойской башне. Рекуррентность. Решение рекуррентного соотношения. Задача о разрезании пиццы. Развёртка рекуррентности. Задача Иосифа Флавия. Репертуарный метод решения рекуррентных уравнений. Решение рекуррентных выражений в различных системах счисления. Линейные рекуррентные соотношения первого и второго порядка с постоянными коэффициентами. Способы сведения рекуррентности к замкнутому виду.

### Тема 5. Суммы

Обозначения сумм. Нотация Айверсона. Суммы и рекуррентности. Репертуарный метод для нахождения сумм. Суммирующий множитель. Преобразование сумм. Метод приведения. Общие методы суммирования.

## **Тема 6. Целочисленные функции**

Пол, потолок, определения. Простейшие свойства пола и потолка. Свойства. Дробная часть числа. Применение пола и потолка.

## **Тема 7. Элементы теории чисел**

Простые и составные числа. Наибольший общий делитель. Теорема Евклида. Нахождение простых чисел. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики. Вопрос о максимальном простом нетривиальном делителе. Алгоритм Евклида нахождения НОД. Обратный ход алгоритма Евклида. Сравнения. Свойства сравнений по модулю. Классы по модулю. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов. Функция Эйлера. Число натуральных делителей. Сумма натуральных делителей. Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма. Теорема Вильсона. Криптосистема RSA.

## **Тема 8. Матрицы над конечными полями**

Определение матриц. Равенство матриц. Виды матриц. Арифметические операции с матрицами. Обратные матрицы. Применение матриц при шифровании. Поиск количества путей в неориентированных графах.

## **Тема 9. Алгебраические структуры**

Алгебры. Полугруппа. Моноид. Группа. Конечные группы. Свойства конечных групп. Подгруппа. Порядок группы. Кольцо. Область целостности. Поле.

## **Тема 10. Асимптотика**

Возрастание и убывание функции. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Иерархия больших и малых. Операции с  $O$ . Примеры асимптотических аппроксимаций. Временные оценки сложности арифметических операций. Полиномиальные и не полиномиальные алгоритмы.

## **Тема 11. Обзор методов дискретной математики**

### **Методические рекомендации.**

Курс знакомит с основами дискретной математики и ее применениями в информатике и является базовым для курсов «Основы программирования», «Структуры и алгоритмы», «Комбинаторная математика», «Программирование микропроцессоров».

Теоретический материал подробно изучается на лекциях. Дополнительное изучение материала осуществляется за счет самостоятельного изучения материалов, предоставляемых преподавателем. Источниками материала для изучения являются методические пособия, техническая литература, профессиональные ресурсы Интернет.

Закрепление теоретического материала осуществляется при проведении практических занятий, выполнения проблемно-ориентированных, поисковых, творческих заданий.

В процессе обучения возможно использование следующих тактических технологий: лекция классическая, лекция проблемная, лекция-визуализация, лекция-диалог, аудиторно-практическое занятие классическое, практикум-лабораторная работа, самообучение.

## Пособия по изучению курса

1. Андерсон, Дж.А. Дискретная математика и комбинаторика / Дж.А. Андерсон.—М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.—960 с.
2. Горбатов, В.А. Фундаментальные основы дискретной математики. Информационная математика / В.А. Горбатов.—М.: Наука. Физматлит, 2000.—544 с.
3. Иванов, Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы / Б.Н. Иванов.—М.: Лаборатория Базовых знаний, 2003—288 с.
4. Капитонова, Ю.В. Лекции по дискретной математике / Ю.В. Капитонова, С.Л. Кривой и др.—СПб.: БХВ-Петербург, 2004.—624 с.
5. Кнут, Д. Конкретная математика. Основание информатики / Д. Кнут, Р. Грэхем, О. Паташник.—М.: Мир; Бином. Лаборатория знаний, 2006.—703 с.
6. Кнут, Д. Искусство программирования, том 1. Основные алгоритмы / Дональд Кнут.—3-е изд.—М.: «Вильямс», 2006.—720 с.
7. Макоха, А.Н. Дискретная математика: Учебное пособие для вузов/ А.Н. Макоха, П.А. Сахнюк, Н.И. Червяков.—М.: Физматлит, 2005.—368 с.

## Контрольные задания.

Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества освоения дисциплины

1. Высказывания и логические связки. Основные логические эквивалентности.
2. СДНФ. СКНФ. Минимизация булевых функций.
3. Множества. Основные операции и свойства. Диаграммы Эйлера-Венна.
4. Отношения. Отношение эквивалентности.
5. Исчисление предикатов. Математическая индукция.
6. Рекуррентные соотношения и возвратные последовательности. Методы решения рекуррентных соотношений.
7. Нахождение общего решения линейного однородного рекуррентного уравнения.
8. Общие методы суммирования.
9. Целочисленные функции.
10. Простые и взаимнопростые числа. Нахождение НОД.
11. Сравнения и системы сравнений.
12. Мультипликативные функции в теории чисел.
13. Криптографический алгоритм RSA.
14. Матрицы. Основные виды и операции.
15. Основные алгебраические структуры.
16. Асимптотика. Временные оценки сложности арифметических операций.